

# **Model-based Online 3D Reconstruction from Image Sequences**

## **Dissertation**

**zur Erlangung des akademischen Grades**  
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik  
der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Dipl.-Inf. Olaf Kähler  
geboren am 24. November 1979 in Nürnberg

**Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

**Gutachter:**

Prof. Dr.-Ing. Joachim Denzler, Friedrich-Schiller-Universität Jena

Prof. Dr.-Ing. Reinhard Koch, Christian-Albrechts-Universität Kiel

Tag der letzten Prüfung des Rigorosums: 18. August 2009

Tag der öffentlichen Verteidigung: 4. September 2009

**Kähler, Olaf:**

Model-based Online 3D Reconstruction from Image Sequences

ISBN 978-3-941274-25-9

**Alle Rechte vorbehalten**

1. Auflage 2009

©Optimus Mostafa Verlag

URL: [www.optimus-verlag.de](http://www.optimus-verlag.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes in Deutschland ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Reconstruction of 3D Scenes . . . . .	2
1.2	Contributions . . . . .	4
1.3	Work Outline . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Mathematical Background</b>	<b>9</b>
2.1	Geometry . . . . .	9
2.1.1	Homogeneous Coordinates . . . . .	10
2.1.2	Geometric Entities in Projective Space . . . . .	10
2.1.3	Transformations . . . . .	15
2.1.4	Camera Models . . . . .	18
2.1.5	Two-View Geometry Models . . . . .	22
2.2	Statistical Estimation . . . . .	26
2.2.1	Maximum Likelihood Estimator . . . . .	28
2.2.2	Maximum A Posteriori Estimator . . . . .	28
2.2.3	Gaussian Noise . . . . .	29
2.2.4	Independent Identically Distributed Noise . . . . .	30
2.3	Numerical Optimization . . . . .	31
2.3.1	General Optimization Problems . . . . .	32
2.3.2	Linear Observation Models . . . . .	33
2.3.3	Non-Linear Observation Models . . . . .	34
<b>3</b>	<b>State of the Art</b>	<b>39</b>
3.1	Tracking . . . . .	39
3.1.1	Problem Formulation . . . . .	40
3.1.2	Refinements and Approximations . . . . .	42
3.2	Offline Reconstruction . . . . .	46
3.2.1	Factorization by Sturm and Triggs . . . . .	47
3.2.2	Factorization by Rother . . . . .	48

3.3	Self-Calibration . . . . .	51
3.3.1	Absolute Quadric Method . . . . .	51
3.3.2	Rotating Camera . . . . .	52
3.3.3	Planar Self-Calibration . . . . .	53
3.4	Online Reconstruction . . . . .	55
3.4.1	Linear Online Reconstruction . . . . .	55
3.4.2	Recursive Estimation . . . . .	57
3.5	Bundle Adjustment . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Direct Reconstruction</b>	<b>63</b>
4.1	Related Works . . . . .	63
4.2	Combined Tracking and Reconstruction . . . . .	65
4.2.1	Likelihood Function . . . . .	65
4.2.2	Prior Information . . . . .	66
4.2.3	Derivatives of the Error Function . . . . .	68
4.2.4	Online Framework . . . . .	69
4.2.5	Parameterization Details . . . . .	70
4.3	Convergence and Local Minima . . . . .	73
4.3.1	Shape of the Error Function . . . . .	73
4.3.2	Consequences for the Minimization . . . . .	77
4.4	Efficient Implementation . . . . .	79
4.4.1	Analysis of Run Time . . . . .	79
4.4.2	Reduction of Run Time . . . . .	80
4.4.3	Parallel Implementation . . . . .	83
4.5	Experimental Evaluation . . . . .	83
4.5.1	Setup . . . . .	83
4.5.2	Stability . . . . .	86
4.5.3	Robustness to Noise . . . . .	88
4.5.4	Prior Information . . . . .	90
4.5.5	Run Time Behavior . . . . .	91
4.5.6	Comparison . . . . .	95
<b>5</b>	<b>3D Tracking</b>	<b>99</b>
5.1	A Counting Argument . . . . .	100
5.2	Constrained Homography Estimation . . . . .	105
5.2.1	Shashua-Constraint . . . . .	105
5.2.2	Zelnik-Manor-Constraint . . . . .	107
5.2.3	Reconstruction as Constraint . . . . .	108
5.3	Constrained Parameterizations . . . . .	109
5.3.1	Epipolar Subspace Parameterization . . . . .	109
5.3.2	Geometric Parameterization . . . . .	110

5.4	Experimental Evaluation . . . . .	111
5.4.1	Setup . . . . .	111
5.4.2	Comparison . . . . .	112
5.4.3	Distribution of Tracking Errors . . . . .	114
<b>6</b>	<b>Automatic Scene Reconstruction</b>	<b>117</b>
6.1	Image Sequences . . . . .	117
6.1.1	Detecting Camera Translation . . . . .	118
6.1.2	Detecting Planar Regions . . . . .	123
6.1.3	Plane Segmentation . . . . .	124
6.2	Depth Images . . . . .	127
6.2.1	Detection of Planes . . . . .	128
6.2.2	Plane Segmentation . . . . .	129
6.3	Detection, Tracking and Reconstruction . . . . .	130
6.4	Experimental Evaluation . . . . .	131
6.4.1	Camera Translation . . . . .	131
6.4.2	Plane Segmentation . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Application Areas</b>	<b>137</b>
7.1	Robot Navigation . . . . .	137
7.2	Visual 3D Modeling . . . . .	139
<b>8</b>	<b>Summary and Conclusions</b>	<b>145</b>
8.1	Overview of Presented Approaches . . . . .	145
8.2	Conclusions . . . . .	146
8.3	Future Work . . . . .	147
<b>A</b>	<b>Notation</b>	<b>151</b>
A.1	Tensor Notation . . . . .	151
A.2	Quaternions . . . . .	156
A.3	Derivatives . . . . .	158
A.4	Linear Algebra . . . . .	159
<b>B</b>	<b>Linear Parameter Estimation</b>	<b>163</b>
B.1	Estimation of Homographies . . . . .	163
B.2	Estimation of Epipolar Geometry . . . . .	164
B.3	Triangulation . . . . .	165
B.4	RANSAC and DLT . . . . .	166
<b>C</b>	<b>Derivatives of Homographies</b>	<b>167</b>
<b>Bibliography</b>		<b>169</b>

<b>List of Own Publications</b>	<b>181</b>
<b>Index</b>	<b>183</b>
<b>List of Figures</b>	<b>185</b>
<b>List of Tables</b>	<b>187</b>