

Theorie und Anwendung der impulsbasierten Dynamiksimulation

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

vom Fachbereich Informatik
der Technischen Universität Darmstadt

vorgelegte

Dissertation

von

Dipl.-Inform. Daniel Bayer

aus Karlsruhe

Tag der Einreichung:	28. November 2012
Tag der mündlichen Prüfung:	11. Januar 2013
Erster Gutachter:	Prof. Dr. J. Bender
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. A. Schmitt

Darmstadt 2012
D 17

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Bayer, Daniel:

Theorie und Anwendung der impulsbasierten Dynamiksimulation

ISBN 978-3-86376-058-8

Alle Rechte vorbehalten

1. Auflage 2013

© Optimus Verlag, Göttingen

URL: www.optimus-verlag.de

Printed in Germany

Papier ist FSC zertifiziert (holzfrei, chlorfrei und säurefrei, sowie alterungsbeständig nach ANSI 3948 und ISO 9706)

Das Werk, einschließlich aller seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes in Deutschland ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich zunächst meinen beiden Gutachtern, Herrn Prof. Jan Bender und Herrn Prof. Alfred Schmitt, herzlichst danken. Denn sie haben mir ermöglicht mich intensiv mit meiner wissenschaftlichen Leidenschaft, der interaktiven Dynamiksimulation, zu beschäftigen. Durch ihre große Erfahrung in diesem Bereich konnte ich dabei viele neue Einsichten gewinnen. Darüber hinaus haben mich beide stets in angenehmster Art und Weise und mit allen verfügbaren Mitteln bei meinem Forschungsvorhaben unterstützt.

Des Weiteren gilt mein Dank allen Mitarbeitern des Instituts für Betriebs- und Dialogsysteme am Karlsruher Institut für Technologie. Ich habe die gesamte Zeit am Institut genossen und hoffe auch in Zukunft in einer solch angenehmen Atmosphäre arbeiten zu dürfen. Besonders danken möchte ich dabei Herrn Dr. Raphael Diziol, der mir in zahllosen Gesprächen immer eine große Hilfe war. Daneben möchte ich allen beteiligten Mitarbeitern des Fachbereichs Informatik an der TU Darmstadt für ihre Unterstützung meiner Promotion danken.

Schließlich danke ich meiner Mutter Margret, der Familie und meinen Freunden. Denn sie alle haben mich stets mit vollen Kräften unterstützt und dabei immer an mich geglaubt. Für Hilfen in allen Lebenslagen möchte ich dabei besonders meinem Bruder Stephan und meinen Freunden Kevin Fucik, Klaus Wentz und Florian Stolz danken.

Jede Herausforderung birgt das Risiko zu scheitern. Doch aus dem festen Glauben an die eigene Bedeutung erwächst der nötige Mut und die Gelassenheit sich allen Problemen zu stellen. Dafür gilt mein ewiger Dank meiner wundervollen Frau Silke und meinen beiden Kindern Lorelei und Lennon.

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
1.1. Aufbau der Arbeit	3
I Grundlagen der dynamischen Simulation	5
2. Physikalisches Modell	7
2.1. Reduzierte und redundante Koordinaten	8
2.2. Zustandsgrößen	11
2.3. Newton-Formalismus	12
2.4. Lagrange-Formalismus	13
2.5. Ordnungsreduktion	17
2.6. Zustandsraum und Invarianten	18
2.7. Numerische Integration	20
2.7.1. Konsistenz und Konvergenz	23
2.7.2. Runge-Kutta-Verfahren	26
2.7.3. Fehlerabschätzung und variable Schrittweiten	28
3. Lagrange-Faktoren-Methode	31
3.1. Algebraische Zwangsbedingungen	32
3.2. Herleitung der Bewegungsgleichungen	35
3.2.1. D'Alembertsches Prinzip	36
3.2.2. Bewegungsgleichung	40
3.3. Differential-algebraische Gleichungen	41
3.3.1. Diskretisierungsverfahren für die Index-1 Formulierung	45
3.4. Numerischer Drift und Stabilisierung	48
3.4.1. Das Stabilisierungsproblem	49
3.4.2. Baumgarte-Stabilisierung	50
3.4.3. Stabilisierung durch Projektion	52
4. Impulsbasierte Dynamiksimulation	55
4.1. Herleitung der Bewegungsgleichungen	55
4.1.1. Lagekorrektur	57
4.1.2. Geschwindigkeitskorrektur	59
4.1.3. Bewegungsgleichungen	62

4.2.	Numerische Eigenschaften der impulsbasierten Dynamiksimulation	63
4.2.1.	Verbindungen in Form von Ungleichungen	65
4.3.	Varianten der impulsbasierten Dynamiksimulation	65
4.3.1.	Das iterative Verfahren	65
4.3.2.	Das impulsbasierte Stabilisierungsverfahren	66

II Theorie der impulsbasierten Dynamiksimulation 69

5. Konvergenzbeweis 71

5.1.	Index der impulsbasierten Dynamiksimulation	71
5.2.	Teile-und-Herrsche-Ansatz	72
5.3.	Konvergenz der freien Komponenten	75
5.3.1.	Konsistenzordnung der freien Komponenten	76
5.3.2.	Rekursionsformeln der freien Komponenten	78
5.4.	Konvergenz der Lagebedingungen	82
5.4.1.	Konsistenzordnung der Lagebedingungen	82
5.4.2.	Rekursionsformeln der Lagebedingungen	86
5.5.	Konvergenz der Geschwindigkeitsbedingungen	95
5.5.1.	Konsistenzordnung der Geschwindigkeitsbedingungen	96
5.5.2.	Rekursionsformeln der Geschwindigkeitsbedingungen	100
5.6.	Konvergenzordnung der impulsbasierten Dynamiksimulation	103
5.7.	Diskussion der Ergebnisse	111
5.8.	Ein verbessertes impulsbasiertes Verfahren	111

6. Stabilisierung und numerischer Drift 115

6.1.	Projektion auf die Zwangsmannigfaltigkeit	115
6.2.	Lokale Konvergenz der impulsbasierten Dynamiksimulation	116
6.2.1.	Lagekorrektur	116
6.2.2.	Geschwindigkeitskorrektur	119
6.3.	Konvergenz bei wiederholter Berechnung	122

III Anwendung der impulsbasierten Dynamiksimulation 125

7. Allgemeine Aspekte 127

7.1.	Modell der Mehrkörpersimulation	127
7.1.1.	Körper	128
7.1.2.	Verbindungen	134
7.1.3.	Zwangsbedingungen in Form von Ungleichungen	140
7.1.4.	Mehrkörpernotation	141
7.2.	Interaktive Simulationen	143
7.2.1.	Benutzerinteraktion	144
7.2.2.	Visuelle Plausibilität	146

7.2.3. Variable Schrittweiten	148
7.2.4. Implizite Integration	150
8. Impulsbasierte Dynamiksimulation	153
8.1. Genauigkeit und Effizienz	153
8.1.1. Genauigkeit	156
8.1.2. Effizienz	157
8.1.3. Numerische Experimente	160
8.2. Wiederholte Impulsberechnung	166
8.2.1. Umformulierungen	166
8.2.2. Verwandtschaft mit dem Newton-Verfahren	168
8.2.3. Zwangsbedingungen in Form von Ungleichungen	170
8.3. Deformierbare Körper	171
8.4. Parallelisierbarkeit	174
8.4.1. Parallele Berechnung von Vierecksnetzen	175
8.4.2. Parallele Berechnung auf dem Grafikprozessor	176
9. Zusammenfassung und Ausblick	179
9.1. Ausblick	181
Anhänge	182
A. Notation	183
B. Quaternionen	187
B.1. Quaternionen als Rotationsbeschreibung	188
B.2. Ableitung einer Rotationsquaternion	188
Literaturverzeichnis	191

Abbildungsverzeichnis

2.1. Mathematisches Pendel in reduzierten und redundanten Koordinaten . . .	9
2.2. Begründer der klassischen Mechanik	14
2.3. Das mathematische Pendel in Minimalform	18
2.4. Phasenportrait des mathematischen Pendels in Minimalform	19
2.5. Diskreter Fluss des Euler-Verfahrens	21
3.1. Kugelgelenk	33
3.2. Redundante und widersprüchliche Zwangsbedingungen	34
3.3. Prinzip der virtuellen Arbeit I	37
3.4. Prinzip der virtuellen Arbeit II	39
3.5. Numerischer Drift	48
3.6. Baumgarte-Stabilisierung	51
3.7. Nachträgliche Stabilisierung	52
7.1. Starrkörperdrehung und Hauptträgheitsachsen	132
7.2. Kontaktbedingung	140
7.3. Visuelle Plausibilität I	147
7.4. Visuelle Plausibilität II	148
8.1. Konvergenzordnung	157
8.2. Unschärfer Effizienzvergleich mit den RK-Verfahren	158
8.3. Genauer Effizienzvergleich mit den RK-Verfahren	159
8.4. Simulationsmodell der numerischen Experimente	160
8.5. Messung des Lagefehlers	162
8.6. Zusammenfassung der gemessenen Fehlerordnung	163
8.7. Messung der Verbindungsfehler mit Geschwindigkeitskorrektur	164
8.8. Messung der Verbindungsfehler ohne Geschwindigkeitskorrektur	165
8.9. Energiebilanz des mathematischen Pendels	165
8.10. Verformbare Körper	172
8.11. Textilmodell	173
8.12. Parallelisierung auf der CPU	175
8.13. Parallelisierung auf der GPU	176
8.14. Interaktive Textilsimulation auf der GPU	177

Tabellenverzeichnis

2.1. Runge-Kutta-Verfahren	27
5.1. Konvergenzordnung mit Geschwindigkeitskorrektur	112
5.2. Verbesserte Konvergenzordnung ohne Geschwindigkeitskorrektur	113
7.1. Zustandsbeschreibung einer Punktmasse	128
7.2. Trägheitstensor homogener Körper	133
7.3. Starrkörperzustände und Gleichungen	134
7.4. Formulierung von Zwangsbedingungen	138
8.1. Zusammenfassung der Konvergenzordnung	154
8.2. Konvergenzordnung der vier genauer untersuchten Modellklassen	156
8.3. Übersicht über die durchgeführten Experimente	161

Sätze und Lemmata

Satz 1. Konvergenzordnung der impulsbasierten Dynamiksimulation .	103
Lemma 1.1. Konsistenzordnung der differentiellen Komponenten I	77
Lemma 1.2. Störung der Vorschaufunktionen	79
Lemma 1.3. Rekursionsformeln der freien Komponenten I	80
Lemma 1.4. Konsistenzordnung der Lagebedingungen II	82
Lemma 1.5. Störung der Lageverbindungen	87
Lemma 1.6. Rekursionsformeln der Lagekorrektur II	88
Lemma 1.7. Geschwindigkeitskorrektur II	92
Lemma 1.8. Konsistenzordnung der Geschwindigkeitsbedingungen III	96
Lemma 1.9. Rekursionsformeln der Geschwindigkeitskorrektur III	100
Lemma 2.1. Matrixpotenzen	109
Satz 2. Konvergenz bei wiederholter Berechnung	122
Lemma 2.2. Lokale Konvergenz der Lagekorrektur	118
Lemma 2.4. Lokale Konvergenz der Geschwindigkeitskorrektur	120

Definitionen

Definition 2.1. Freiheitsgrad	8
Definition 2.2. Zustandsgrößen eines Mehrkörpersystems	11
Definition 2.3. Einschrittverfahren [SW95]	22
Definition 2.4. Konsistenzordnung [SW95]	23
Definition 2.5. Konvergenzordnung [SW95]	23
Definition 2.6. Runge-Kutta-Verfahren [EHW06]	26
Definition 4.1. Kraftstoss	56
Definition 4.2. Vorschaufunktion	57
Definition A.1. Epsilon-Delta-Kriterium	184
Definition A.2. Lipschitz-Stetigkeit	185

Beispiele

Beispiel 2.1. Pendel in reduzierten und redundanten Koordinaten	9
Beispiel 2.2. Zustandsgrößen eines Systems zweier Punktmassen	11
Beispiel 2.3. Lagrangesche Gleichungen der zweiten Art	16
Beispiel 2.4. Mathematisches Pendel als DGL erster Ordnung	18
Beispiel 2.5. Phasenportrait des Pendels in Minimalform	19
Beispiel 2.6. Diskretisierung des Pendels durch das Euler-Verfahren	21
Beispiel 2.7. Konvergenzbeweis des Euler-Verfahrens	24
Beispiel 2.8. Ordnungsbedingungen des expliziten RK2	26
Beispiel 2.9. Integration der Bewegungsgleichungen	28
Beispiel 3.1. Zwangsbedingung	32
Beispiel 3.2. Das mathematische Pendel als semi-explizite DAE	42
Beispiel 7.1. Spezifikation des Kugelgelenks (Konnektoren-Konzept)	139